«Η προσέγγιση της σταθεράς του Αρχιμήδη στο πέρασμα των αιώνων»

Αναστασία Ιατροπούλου MSc

Εκπαιδευτικός κλ ΠΕ03, Β/θμιας Εκπαίδευσης, anastiatro@gmail.com

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Η διδασκαλία έχει στόχο, μέσα από μια ιστορική αναδρομή, από τα βαβυλωνιακά χρόνια και την Αρχαία Αίγυπτο έως σήμερα, οι μαθητές :

- *να αντιληφθούν πως προκύπτει ο αριθμός π,*
- *να παρατηρήσουν, και να προσπαθήσουν να σχολιάσουν το ξεδίπλωμα του κύκλου επί του άξονα των τετμημένων.*

Επιπλέον να κατανοήσουν:

- *την ριζοσπαστική, για τα χρόνια εκείνα, μέθοδο των διαδοχικών προσεγγίσεων του Αρχιμήδη,*
- *την έννοια του ακτινίου,*
- *την σύνδεση του π με το πρόβλημα του τετραγωνισμού του κύκλου.*

*Ένας ακόμα στόχος, είναι οι μαθητές να καταλάβουν, μέσω παρουσίασης βιογραφικού υλικού κορυφαίων μαθηματικών, ότι η ανακάλυψη των ψηφίων του π δεν είναι ένα παιχνίδι: είναι σοβαρά μαθηματικά. Και όπως αναφέρει ο I. Stewart **«Όλοι οι αριθμοί είναι ενδιαφέροντες, μερικοί όμως είναι πιο ενδιαφέροντες από τους άλλους και το π είναι ο πιο ενδιαφέρον από όλους»**.*

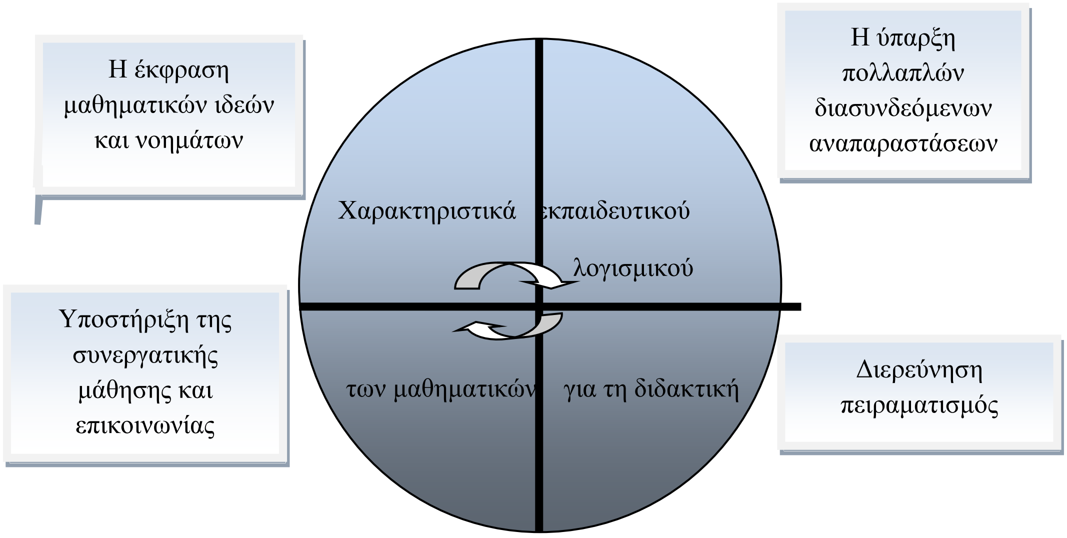
ΕΙΣΑΓΩΓΗ – ΘΕΩΡΗΤΙΚΗ ΤΕΚΜΗΡΙΩΣΗ

Τα τελευταία χρόνια, έχει γίνει επιτακτική η ανάγκη ώστε η όλη αντίληψη και πρακτική για την εκπαιδευτική διαδικασία, στην χώρα μας, να μπει σε πορεία δυναμικής και συνεχούς μετεξέλιξης. Λαμβάνοντας υπόψη τις εξελίξεις στον τομέα της πληροφορικής, και με την σωστή αξιοποίηση των νέων τεχνολογιών, οι ευκαιρίες που διανοίγονται για την παιδεία μας οδηγούν σε μια ριζική ανανέωση της εκπαίδευσης.

Όπως δείχνει η εμπειρία από άλλες χώρες (Papert,1993, Carmichael et al.,1985, Budin, 1991), κρίσιμος παράγοντας για το έναυσμα της συνειδητοποίησης του ποιοτικού ρόλου που μπορεί να παίξει η χρήση των υπολογιστών στην εκπαιδευτική διαδικασία, είναι προσεκτικές και ολοκληρωμένες εφαρμογές σε μικρή κλίμακα, οι οποίες υιοθετούν μία εμπειρική μεθοδολογία με στόχο την βιβλιογραφική τεκμηρίωση ολοκληρωμένων και δοκιμασμένων εκπαιδευτικών προγραμμάτων χρήσης του στα σχολεία, και με την χρήση των οποίων μπορεί να επιτευχθεί η εγρήγορση και ενεργητική αντιμετώπιση της γνώσης από μαθητές και δασκάλους (Hoyles and Noss, 1992, Hoyles and Sutherland, 1989).

Η νέα προσέγγιση στη διδασκαλία των Μαθηματικών με τα μαθηματικά λογισμικά, καθιστά τους Η/Υ ως εργαλεία αναπαράστασης και έκφρασης εννοιών, προκειμένου να ενισχυθεί η σκέψη των μαθητών προς ένα επιστημονικό, μαθηματικό τρόπο.

Είναι απαραίτητη η χρήση των υπολογιστών όχι μόνο ως αντικείμενα προς μάθηση, αλλά και ως εργαλεία για την αυτοεξέλιξη των μαθητών. Αναμφίβολα, ο ρυθμός με τον οποίο η Υπολογιστική Τεχνολογία εισρέει στις διαδικασίες Εκπαίδευσης αυξάνεται εκθετικά. Απαιτείται, όμως προσοχή: Το εκπαιδευτικό υλικό, όσο μελετημένο κι αν είναι, ουδέποτε θα πραγματοποιήσει μόνο του τους στόχους μας. Βελτιώνεται το περιεχόμενο των μαθημάτων για τους προικισμένους μαθητές, δεν λύνεται, όμως, το πρόβλημα για την ευρεία, απολύτως σεβαστή, πλειονότητα των μαθητών. Το να «μαστορεύουμε» νέα εκπαιδευτικά υλικά χωρίς να δημιουργήσουμε τις προϋποθέσεις απορροφά συνεχώς τεράστια ποσότητα χρόνου και χρημάτων, χωρίς να οδηγεί σε πρόοδο: παραμένουμε ακριβώς στην ίδια κατάσταση (**A**. Arons, 1992).



<u>Σχήμα 1:</u> *Χαρακτηριστικά μαθηματικού λογισμικού.*

Οι τρόποι διδασκαλίας που έχουν αναπτυχθεί ως σήμερα είναι:

- η κατευθυνόμενη από τον εκπαιδευτικό διδασκαλία,
- η καθοδηγούμενη ανακάλυψη,
- η συνεργατική μάθηση,
- ο διάλογος και μάθηση που βασίζεται στην επίλυση προβλημάτων.

Παρακάτω αναλύονται οι δύο πρώτοι τρόποι διδασκαλίας:

ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑ ΠΟΥ ΚΑΤΕΥΘΥΝΕΤΑΙ ΑΠΟ ΤΟΝ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟ

Ο σχεδιασμός των μαθημάτων που κατευθύνονται από τον εκπαιδευτικό περιλαμβάνει τρία βασικά βήματα:

Το πρώτο είναι να προσδιοριστεί το θέμα, που συχνά προτείνεται από τα διδακτικά εγχειρίδια ή τους οδηγούς Αναλυτικών Προγραμμάτων.

Το δεύτερο βήμα στην διαδικασία του σχεδιασμού είναι να καθοριστεί ακριβώς τι είναι αυτό που θα μάθουν, θα κατανοήσουν, ή θα είναι ικανοί οι μαθητές να κάνουν σε σχέση με το θέμα.

Το τρίτο βήμα στην διαδικασία του σχεδιασμού περιλαμβάνει την επιλογή ή προετοιμασία των παραδειγμάτων. Η διαδικασία επιλογής θεωρητικά είναι αρκετά απλή, όμως μπορεί να είναι δύσκολο να επιτευχθεί στην πράξη. Το απλό κομμάτι είναι να αναγνωριστούν τα χαρακτηριστικά του καλού παραδείγματος. Εάν διδάσκετε μια έννοια, ένα καλό παράδειγμα περιλαμβάνει τα σημαντικά χαρακτηριστικά της: θα παρουσιάσει την σχέση ή τη σύνδεση μεταξύ των εννοιών. Το δύσκολο κομμάτι είναι να βρεθούν τα παραδείγματα που επιτελούν αυτό το έργο.

ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑ ΚΑΘΟΔΗΓΟΥΜΕΝΗΣ ΑΝΑΚΑΛΥΨΗΣ

Πολλοί εκπαιδευτικοί έχουν την λανθασμένη αντίληψη ότι τα μαθήματα ανακάλυψης δεν χρειάζονται σχεδιασμό, και ότι το μόνο που χρειάζεται να κάνουν είναι να αφήσουν ελεύθερους τους μαθητές τους να ανακαλύψουν πράγματα σχετικά με τα μαθηματικά. Ένας σαφώς πιο αποτελεσματικός τρόπος για να είναι κανείς σίγουρος ότι οι μαθητές θα μάθουν μια αφηρημένη έννοια είναι ο σαφής σχεδιασμός μιας τέτοιου είδους μάθησης και η παροχή επαρκούς καθοδήγησης.

Κάνοντας μια σύγκριση της διδασκαλίας που κατευθύνεται από τον εκπαιδευτικό και της διδασκαλίας ανακάλυψης φαίνεται ότι οι φάσεις σχεδιασμού και για τα δύο είδη είναι σχεδόν ίδιες. Όπως και στην διδασκαλία που κατευθύνεται από τον εκπαιδευτικό έτσι και ο σχεδιασμός για τις στρατηγικές ανακάλυψης ξεκινάει με τον καθορισμό ενός θέματος και την διαμόρφωση ενός στόχου. Η επιλογή παραδειγμάτων είναι, κατά πολύ, το πιο σημαντικό στα μαθήματα καθοδηγούμενης ανακάλυψης γιατί οι μαθητές πρέπει να βασιστούν μόνο στα δεδομένα ή στα παραδείγματα για να διαμορφώσουν την αφηρημένη έννοια που διδάσκεται. Το επόμενο βήμα στην διαδικασία σχεδιασμού είναι η τοποθέτηση σε σειρά των παραδειγμάτων. Η τοποθέτηση στην αρχή προφανών παραδειγμάτων για την κατανόηση μιας έννοιας θα οδηγήσει σε γρηγορότερη κατάκτηση της έννοιας, ενώ η τοποθέτηση στην αρχή λιγότερο εμφανών παραδειγμάτων επιτρέπει στους μαθητές να κάνουν μεγαλύτερη εξάσκηση στην ανάλυση δεδομένων και στην διαμόρφωση υποθέσεων.

Το τελευταίο που πρέπει να ληφθεί υπ' όψη κατά το σχεδιασμό μαθημάτων καθοδηγούμενης ανακάλυψης είναι ο χρόνος. Το μάθημα μπορεί να διαρκέσει περισσότερο από ότι ένα μάθημα του κατευθύνεται από τον εκπαιδευτικό που καλύπτει την ίδια ύλη. Ο επιπλέον χρόνος χρησιμοποιείται εποικοδομητικά όσον αφορά την παρώθηση και τις ευκαιρίες και την τυχαία μάθηση, αλλά ο χρόνος είναι ένας παράγοντας που πρέπει να ληφθεί υπ' όψη από τον εκπαιδευτικό στον σχεδιασμό των δραστηριοτήτων της καθοδηγούμενης ανακάλυψης.

Ενώ η φάση σχεδιασμού για τα μαθήματα που κατευθύνονται από τον εκπαιδευτικό αλλά και για τα μαθήματα ανακάλυψης είναι βασικά η ίδια, η φάση εφαρμογής είναι πολύ διαφορετική. Στα μαθήματα που κατευθύνονται από τον εκπαιδευτικό, η αφηρημένη έννοια είναι καθορισμένη ή περιγράφεται στους μαθητές, ενώ στην διδασκαλία καθοδηγούμενης ανακάλυψης όχι. Στο μάθημα ανακάλυψης οι μαθητές οικοδομούν από μόνοι τους την αφηρημένη έννοια χρησιμοποιώντας παραδείγματα και την καθοδήγηση του εκπαιδευτικού. Η καθοδήγηση του εκπαιδευτικού είναι απαραίτητη, καθώς οι μαθητές χρησιμοποιούν τα παραδείγματα για να βρουν την αφηρημένη έννοια (Mayer, 2002). Οι ερωτήσεις που τίθενται στους μαθητές κατά την διάρκεια της δραστηριότητας, τους επιτρέπουν να εξασκήσουν την παρατηρητικότητα, την σύγκριση, την εξαγωγή συμπερασμάτων, καθώς και την γενίκευση. (Άννα Σακελαρίου)

Στην τάξη, κατά την διάρκεια της διδακτικής διαδικασίας, με χρήση των νέων τεχνολογιών, η πρακτική που εφαρμόστηκε ήταν η καθοδηγούμενη ανακάλυψη, με παράλληλη ενσωμάτωση ιστορικών στοιχείων. Σύμφωνα με τους Jahnke et al (2000):

A. Η ενσωμάτωση της ιστορίας στην διδαχή των μαθηματικών επιτρέπει τόσο στους εκπαιδευτικούς όσο και στους μαθητές να δούνε τα μαθηματικά ως μια διανοητική δραστηριότητα και όχι ως ένα σύνολο μαθηματικών γνώσεων ή τεχνικών για τη λύση ασκήσεων.
B. Οι μαθητές συνήθως θεωρούν ότι οι μαθηματικές ιδέες και έννοιες εμφανίζονται σαν να υπήρχαν πάντα. Η ιστορία μας υπενθυμίζει ότι οι μαθηματικές έννοιες ανακαλύφθηκαν και εφευρέθηκαν από ανθρώπους και όχι από μόνες του.
C. Η ενσωμάτωση της ιστορίας στην διδακτική διαδικασία μας προσκαλεί στο χώρο και στο χρόνο δημιουργίας και εξέλιξης των μαθηματικών, μέσα στο επιστημονικό, τεχνολογικό, ιδεολογικό και κοινωνικό πλαίσιο του χώρου και του χρόνου.

Την δεκαετία του 1970, ο διαπρεπής Γάλλος μαθηματικός Joseph Louis Lagrange, στις διαλέξεις του σε μαθηματικούς που θα στελέχωναν τα σχολεία της εποχής στη Γαλλία, έλεγε ότι θα πρέπει να έχουν την περιέργεια για να μάθουν πως οι μεγάλοι μαθηματικοί του παρελθόντος, κατάφερναν με την προσπάθειά τους, μέσα από συχνά λάθη και δύσβατους δρόμους, να επιτύχουν τους σκοπούς τους και να ωφελήσουν με αυτόν τον τρόπο την ανθρωπότητα. Αυτό θα έπρεπε να το κάνουν προκειμένου να χρησιμοποιήσουν την ιστορία των Μαθηματικών ως καθοδήγηση σε παρόμοιες καταστάσεις που θα συναντήσουν στις μελλοντικές έρευνές τους (Fasanelli et al 2000).

ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ – ΚΥΡΙΩΣ ΣΩΜΑ

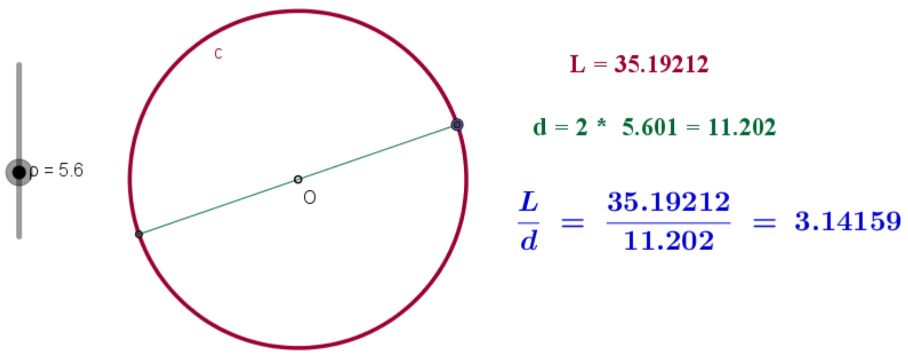
Χρόνος υλοποίησης: 4 διδακτικές ώρες.

Λογισμικό: GeoGebra. Το συγκεκριμένο λογισμικό παρέχει την δυνατότητα κατασκευής σημείων, ευθυγράμμων τμημάτων, κωνικών τομών, κανονικών πολυγώνων καθώς και άλλων σχημάτων, ενώ συγχρόνως αυτά μπορούν να μετατραπούν σε δυναμικά εργαλεία κατανόησης εννοιών.

Βοηθητικά εργαλεία: φύλλα εργασίας, υπολογιστής, βιντεοπροβολέας. Στα φύλλα εργασίας, οι μαθητές δεν έγραψαν το ονοματεπώνυμό τους, ώστε να γράφουν ακριβώς την σκέψη τους, χωρίς το φόβο της διόρθωσης και βαθμολόγησης. Όπου κρίθηκε αναγκαίο χρησιμοποιήθηκε ο πίνακας.

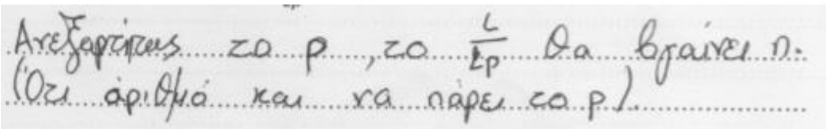
ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ 1

Πρώτο βήμα αυτής της δραστηριότητας, ήταν η οπτικοποίηση, που πρώτος ο Ιπποκράτης ο Χίος απέδειξε, της σταθερότητας του λόγου $\frac{Μήκος\ κύκλου}{Διάμετρο}$.



Σχήμα 2: *Χρησιμοποιώντας ψηφιακά μέσα που παρέχουν την δυνατότητα πολλα πλών αναπαραστάσεων.*

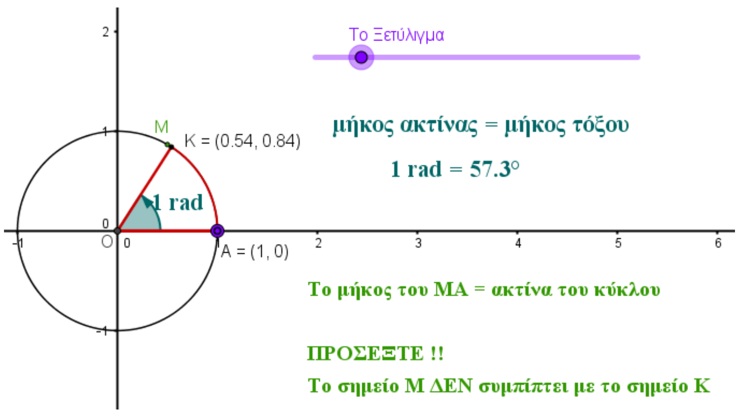
Παρακινώντας τους μαθητές να προσδιορίσουν ποιο είναι το κύριο χαρακτηριστικό που παρατηρούν την οθόνη του υπολογιστή (μέσω ενός βιντεοπροβολέα), και με συνεχή μετακίνηση ενός δρομέα, που κάθε τιμή του αντιστοιχεί στην ακτίνα του εμφανιζόμενου κύκλου (ακτίνας ρ και μήκους L), διαπίστωσαν ότι:



«Ανεξαρτήτως του ρ, το L/2ρ θα βγαίνει π. (Ότι αριθμό και να πάρει το ρ)»

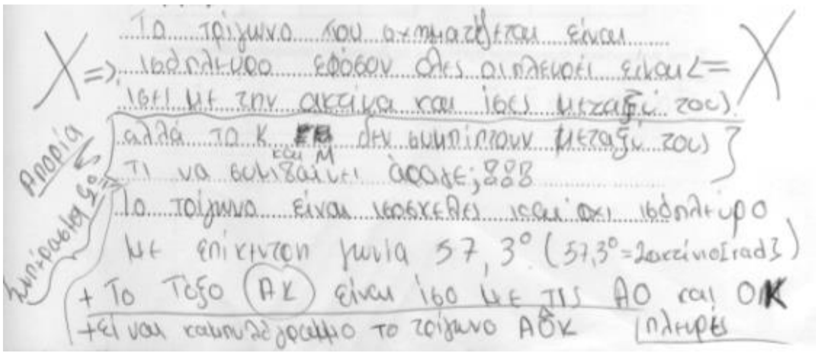
Στο δεύτερο βήμα, είδαν πως υπολογίστηκε αρχικά ο αριθμός π. Μέσω του «ξεδιπλώματος» του κύκλου ακτίνας $\rho = 0.5$, έγινε το πέρασμα στην έννοια του ακτινίου.

Πριν την εφαρμογή του σεναρίου στην τάξη και στο περιβάλλον πίνακας - κιμωλία , εξηγώντας στους μαθητές την παράγραφο του σχολικού βιβλίου «Το ακτίνιο ως μονάδα μέτρησης γωνιών», διαπίστωσα μεγάλη δυσκολία στο να κατανοήσουν τι είναι ακτίνιο. Χρησιμοποιώντας ένα μικρό καλώδιο (το hands free ενός μαθητή), ρυθμίζοντας το μήκος του να είναι ίσο με το μήκος της ακτίνας του κύκλου, άρχισα να καλύπτω την περιφέρεια αυτού. Την κάθε μία φορά που το καλώδιο κάλυπτε τον κύκλο, την τοποθετούσα σε ευθεία γραμμή, τεντώνοντας το καλώδιο. Σε όλη αυτή την διαδικασία δεν υπήρχε ακρίβεια. Τους ζήτησα να πουν την μονάδα μέτρησης αφού ξεδιπλώθηκε όλος ο κύκλος, αλλά δεν απάντησε κανείς. Η χρήση του λογισμικού βοήθησε πολύ στην κατανόηση αυτής της δύσκολης μαθηματικής έννοιας για τους μαθητές.



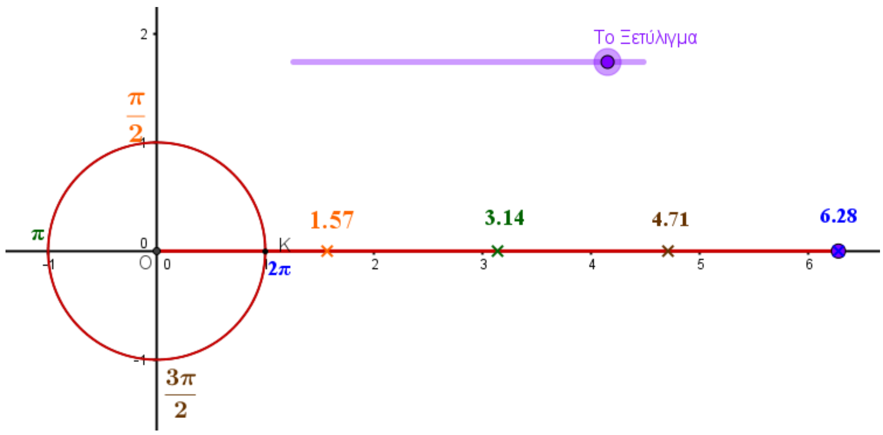
Σχήμα 3: *Οπτικοποίηση της έννοιας του ακτινίου.*

Στην ερώτηση «ποιο το είδος του τριγώνων ΑΟΚ;» (Σχήμα 3) οι περισσότεροι απάντησαν ότι το τρίγωνο ΑΟΚ είναι ισόπλευρο. Εξηγώντας την διαφορά του τριγώνου από το καμπυλόγραμμο τρίγωνο, συνέχισαν να παρατηρούν. Κάποιοι σε μεταξύ τους συζήτηση συμφώνησαν ότι «*σίγουρα είναι ισοσκελές*», ενώ στην επιμονή κάποιων άλλων που ισχυρίζονταν ότι «*όχι, είναι ισόπλευρο*» τους είπαν «*δεν μπορεί να είναι ισόπλευρο, αφού έχει γωνία* 57^o*!!*».



«*Το τρίγωνο που σχηματίζεται είναι ισόπλευρο εφόσον όλες οι πλευρές είναι ίσες με την ακτίνα και ίσες μεταξύ τους. Αλλά το Κ και Μ δεν συμπίπτουν μεταξύ τους. Τι να συμβαίνει άραγε; το τρίγωνο είναι ισοσκελές και όχι ισόπλευρο, με επίκεντρη γωνία* $57{,}3^o$».

Στην συνέχεια ξεδιπλώθηκε ο κύκλος και αναζήτησαν πόσες φορές χωράει η ακτίνα μέχρι τα σημεία $\left(0,\frac{\pi}{2}\right),(\pi,0),\left(0,\frac{3\pi}{2}\right),(2\pi,0)$. Βλέποντας την δυσκολία που αντιμετώπισαν οι μαθητές για την εύρεση του είδους του τριγώνου ΑΟΚ, τροποποίησα (μετά την εφαρμογή στην τάξη) το φύλλο εργασίας καθώς και το αντίστοιχο αρχείο-geogebra όπου έσβησα τις «έτοιμες» παρατηρήσεις από την επιφάνεια εργασίας, συμπληρώνοντας ερωτήματα με την διαδοχική κατασκευή του τμήματος ΑΚ, μέτρηση της γωνίας ΑΟΚ , κατασκευή γωνίας 60^o, με αρχική πλευρά ΟΑ.



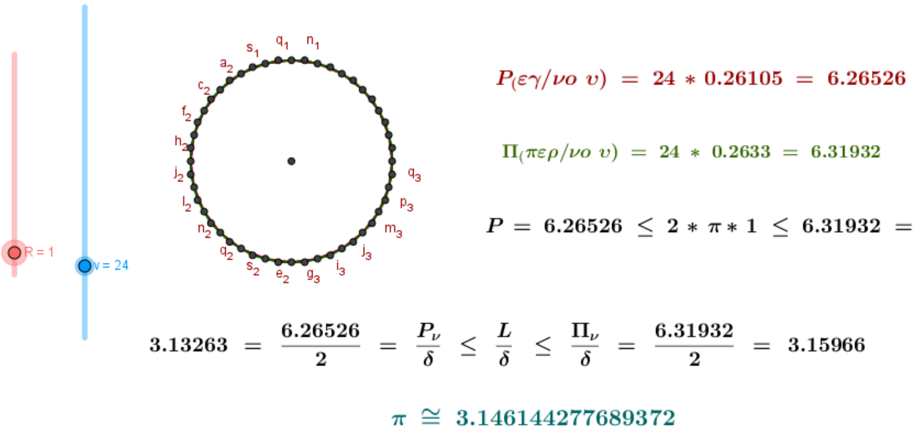
Σχήμα 4: *Ξεδιπλώνοντας τον μοναδιαίο κύκλο επί του άξονα των τετμημένων*

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ 2

Ξεκινώντας με μια σύντομη αναφορά στις προσπάθειες των Βαβυλώνιων και των Αιγύπτιων για την προσέγγιση του αριθμού π, κάναμε μία στάση στην Αρχαία Ελλάδα και συγκεκριμένα στην μέθοδος των διαδοχικών προσεγγίσεων του Αρχιμήδη.

Στην τάξη, με τον παραδοσιακό κλασικό δασκαλοκεντρικό τρόπο μάθησης και με στατικά μέσα αναπαράστασης, η αντίστοιχη ύλη παρουσιάζεται ως εξής: σχεδιάζοντας ένα κύκλο, εγγράφουμε σε αυτόν διαδοχικά ένα ισόπλευρο, ένα κανονικό εξάγωνο και ένα κανονικό 12-γωνο. Κατόπιν αντί εγγεγραμμένων, θεωρούμε κανονικά πολύγωνα περιγεγραμμένα στον ίδιο κύκλο. Για μεγαλύτερο πλήθος πλευρών καλούμε τον μαθητή να επιστρατεύσει την φαντασία του, ή απλά να πεισθεί ότι έτσι η περίμετρος των πολυγώνων προσεγγίζει την περίμετρο του κύκλου.

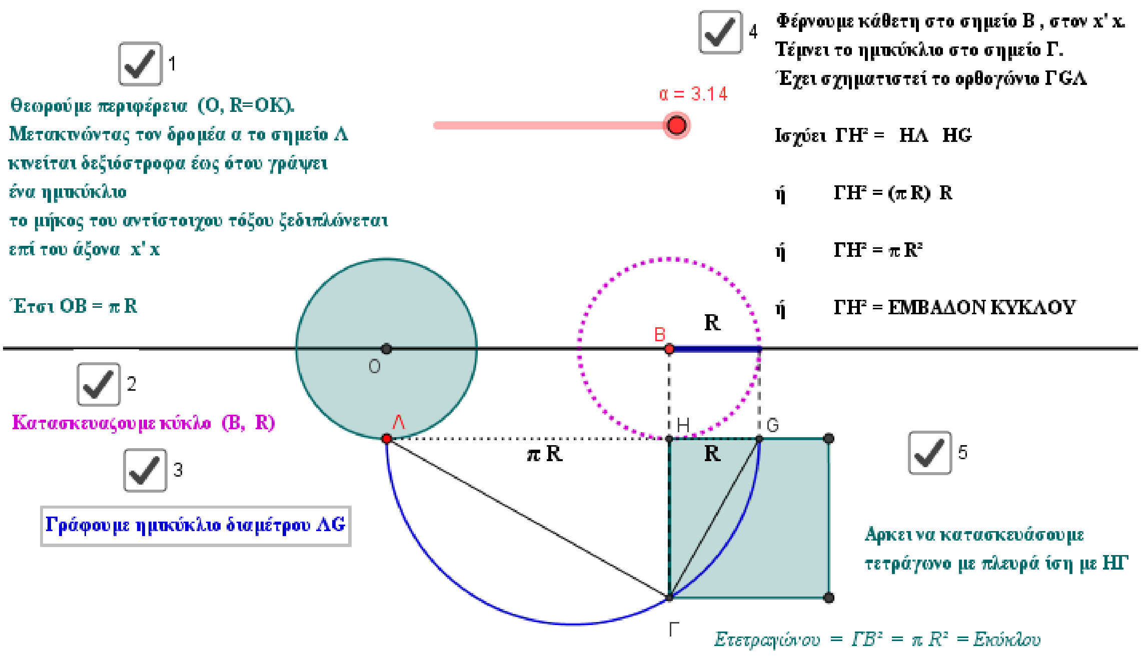
Με χρήση του λογισμικού, έχοντας ως ακτίνα του κύκλου ίση με την μονάδα και πλήθος πλευρών $\nu \geq 24$, (Σχήμα 5) ένας μαθητής ανέφερε «*οι κορυφές των πολυγώνων είναι πάνω στο κύκλο*», κάποιος άλλος «*κυρία, τα τρία σχήματα έγιναν ένα*!!». Μαζί τους συμφώνησαν οι περισσότεροι στην τάξη, ενώ κάποιοι συνέχιζαν να κοιτούν με εμφανή περιέργεια. Οι απορίες τους λύθηκαν μετά από διαδοχικές μεγεθύνσεις του σχήματος, έως ότου διαπιστώσουν ότι οι κορυφές των πολυγώνων πλησιάζουν την περιφέρεια του κύκλου αλλά δεν αποτελούν σημεία αυτής. Δηλαδή οι περίμετροι των πολυγώνων «τείνουν» να εξισωθούν με αυτή του κύκλου. Στο σημείο αυτό, έγινε μια μικρή εισαγωγή στην έννοια του ορίου.



Σχήμα 5: *Η μέθοδος των διαδοχικών προσεγγίσεων του Αρχιμήδη*

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ 3

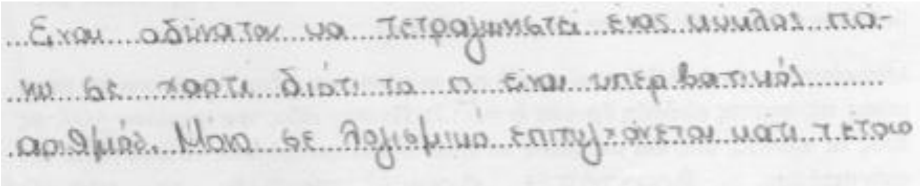
Στην πρώτη φάση αυτής της δραστηριότητας συνεχίστηκε η ιστορική αναδρομή από το 263 π.Χ. και τις προσπάθειες του Λίου Χούι στην δική του μέθοδο εξάντλησης, στην αναδιάταξη των κυκλικών τομέων από τον Da Vinci, στις σχετικές με το π ανακαλύψεις του Euler, του Evarist Galois, του Lindeman, του Srinivasa Ramanutjan, έως τον τετραγωνισμό του κυλιόμενου κύκλου από τον Thomas Elsner με χρήση Η/Υ και όχι με κανόνα και διαβήτη[1].



Σχήμα 6: *Ο τετραγωνισμός του κυλιόμενου κύκλου*

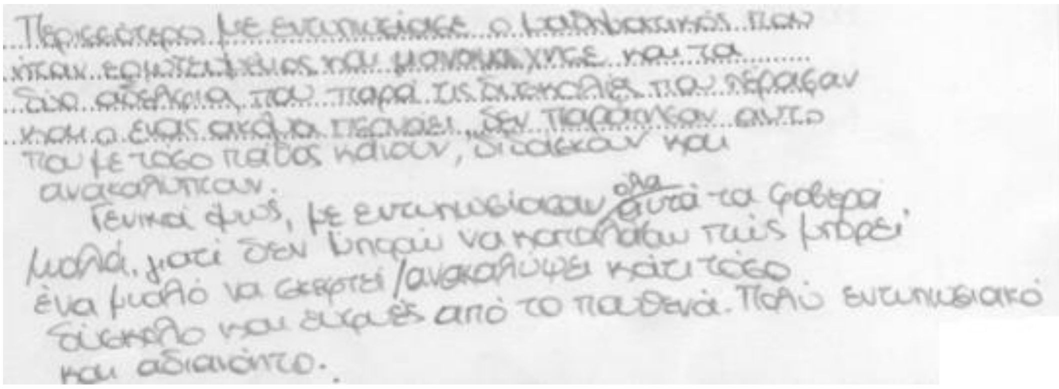
[1] Η κατασκευή με κανόνα και διαβήτη ενός τετραγώνου ίσου εμβαδού με το εμβαδό δοθέντος κύκλου, η οποία θα γίνει με χρήση μόνο κανόνα και διαβήτη (για να ανάγεται η απόδειξη στα θεωρήματα του Ευκλείδη), και να μην πραγματοποιείται μετά από άπειρο αριθμό βημάτων.

Στο άκουσμα του τετραγωνισμού του κύκλου, οι μαθητές αρχικά αντέδρασαν. Είχαν ακούσει ότι είναι αδύνατη μια τέτοια κατασκευή, αλλά στην ερώτηση «γιατί;» δεν μπορούσε να απαντήσει κανένας. Σε όλη την διάρκεια του διδακτικού πειράματος (Σχήμα 6), οι μαθητές αναπτύσσοντας την οπτική τους σκέψη παρακολουθούσαν με έντονο ενδιαφέρον, παρατηρούσαν και συσχέτιζαν τα δεδομένα με γνωστά θεωρήματα (όπως μετρικές σχέσεις στα ορθογώνια, μέτρηση κύκλου), σε κάθε βήμα που έβλεπαν στην οθόνη του υπολογιστή. Στο τέλος της δραστηριότητας αυτής πλέον γνώριζαν :



«Είναι αδύνατον να τετραγωνιστεί ένας κύκλος πάνω σε χαρτί διότι το π είναι υπερβατικός αριθμός. Μόνο σε λογισμικό επιτυγχάνεται κάτι τέτοιο.»

Η δεύτερη φάση άρχισε από το 1949 και τον υπολογισμό των πρώτων 2037 ψηφίων που π από τον Η/Υ Eniac έως σήμερα: αδελφοί Chudnovdky, S. Konto, Larry Shaw, N. Χατζηδάκης. Εκφράστηκε μεγάλο ενδιαφέρον από την πλευρά των μαθητών να μάθουν για τον βίο κορυφαίων επιστημόνων.

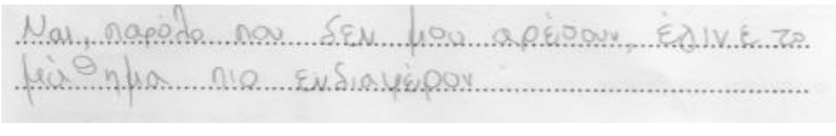


«Περισσότερο με εντυπωσίασε ο μαθηματικός που ήταν ερωτευμένος και μονομάχησε (αναφέρετε στον E. Galois) και τα δύο αδέλφια που παρά τις δυσκολίες που πέρασαν και ο ένας ακόμα περνάει, δεν παράτησαν αυτό που με τόσο πάθος κάνουν, διδάσκουν και ανακαλύπτουν (για του αδελφούς Chudnovdky). Γενικά όμως, με εντυπωσίασαν όλα αυτά τα φοβερά μυαλά, γιατί δεν μπορώ να καταλάβω πως μπορεί ένα μυαλό να σκεφτεί, να ανακαλύψει κάτι τόσο δύσκολο και ευφυές από το πουθενά. Πολύ εντυπωσιακό και αδιανόητο.»

Αν πραγματικά οι εκπαιδευτικοί θέλουμε οι μαθητές μας να συνειδητοποιήσουν το εύρος και την δυναμική των μαθηματικών, δεν θα πρέπει να παραλείπουμε να ξεκινάμε από την ιστορική εξέλιξη τους. Είναι ένας πολύ καλός τρόπος ο οποίος αμβλύνει τις αντιρρήσεις που προβάλλουν τα παιδιά για την χρησιμότητα της κορυφαίας αυτής επιστήμης.

Διαπιστώνοντας το έντονο ενδιαφέρον των μαθητών για την ζωή κορυφαίων Μαθηματικών προσωπικοτήτων, σε μία μελλοντική επανάληψη αυτής της διαδικασίας θα μπορούσαν οι μαθητές να χωριστούν σε ομάδες. Σε κάθε ομάδα θα αντιστοιχεί μια συγκεκριμένη χρονική περίοδος. Από αυτή την περίοδο θα επιλέξουν έναν Μαθηματικό και θα προσπαθήσουν ομαδικά να συγκεντρώσουν πληροφορίες σχετικές με την ζωή και το έργο του.

Στο τέλος της δραστηριότητας ζητήθηκε να απαντήσουν στο ερώτημα «Άλλαξε έστω και λίγο η στάση σας απέναντι στα μαθηματικά;»



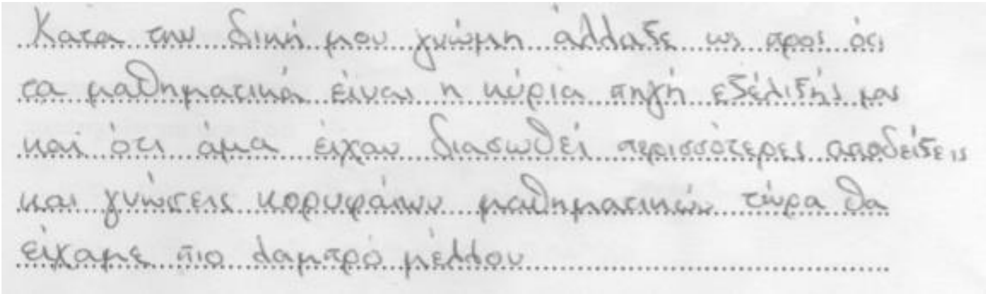
«Ναι, παρόλο που δεν μου αρέσουν, έγινε το μάθημα πιο ενδιαφέρον.»

«Σίγουρα όλοι οι μαθητές προσέχουν περισσότερο εφόσον το μάθημα γίνεται πιο εντυπωσιακό. Το ενδιαφέρον αυξάνεται και ξεφεύγει από τον γνωστό συνηθισμένο σικ τρόπο του βιβλίου.»

«Κατά την γνώμη μου βοηθάει πάρα πολύ γιατί εκτός από την γνώση που μας προσφέρει το μάθημα, που θα μας χρειαστεί σε άλλα μαθήματα και τάξεις μας παρέχει και γνώσεις σχετικά με το παρελθόν και την δημιουργία του μαθήματος. Έτσι όμως μπορεί να μην προχωράει και τόσο γρήγορα το μάθημα. Πιστεύω λοιπόν πως για να αλλάξει κάτι στον τρόπο διδασκαλίας θα πρέπει αυτό να γίνει από μικρές τάξεις. Στο λύκειο, ειδικότερα, υπάρχουν οι πανελλήνιες και καλό είναι να μην υπάρχουν κενά στην ύλη.»

«Έγιναν πιο ενδιαφέροντα. Λίγο δυσνόητα αλλά ήταν μια ευχάριστη αλλαγή.»

«Ναι, την άλλαξε. Είμαι θεωρητική κατεύθυνση και έμεινα άναυδος από το πόσο ενδιαφέροντα και σημαντικά είναι τα μαθηματικά. Δεν πίστευα ότι τα μαθηματικά ήταν έτσι. Έμαθα καινούργια πράγματα, και παρατήρησα ότι οι μαθητές συμμετείχαν περισσότερο. Ελπίζω να ξαναγίνει τέτοιος τρόπος διδασκαλίας.»


Κατα την δική μου γνώμη άλλαξε ως προς ότι
τα μαθηματικά είναι η κύρια πηγή εξέλιξής μου
και ότι άμα είχαν διασωθεί περισσότερες αποδείξεις
και γνώσεις κορυφαίων μαθηματικών τώρα θα
είχαμε πιο λαμπρό μέλλον

«Κατά την δική μου γνώμη άλλαξε ως προς ότι τα μαθηματικά είναι η κύρια πηγή εξέλιξής μου και ότι άμα είχαν διασωθεί περισσότερες αποδείξεις και γνώσεις κορυφαίων μαθηματικών τώρα θα είχαμε πιο λαμπρό μέλλον.»

ΤΟ ΣΕΝΑΡΙΟ ΩΣ ΦΟΡΕΑΣ ΑΝΑΘΕΩΡΗΣΗΣ ΤΩΝ ΠΡΑΚΤΙΚΩΝ:

Η ανάπτυξη του σεναρίου

- ✓ Έδωσε την ευκαιρία στην εκπαιδευτικό να προβεί στον σχεδιασμό και στην πραγματοποίηση μιας καινοτόμου διδακτικής πρότασης για όλους τους μαθητές.
- ✓ Μετέτρεψε τα στατικά σχήματα του σχολικού βιβλίου, μέσω κατάλληλου λογισμικού, σε δυναμικά χειριζόμενα.
- ✓ Δημιούργησε ερευνητική ατμόσφαιρα στην τάξη.
- ✓ Βοήθησε τους μαθητές να καταλάβουν ότι τα μαθηματικά έχουν αναπτυχθεί για να καλύψουν νοητικές και τεχνικές ανάγκες των ανθρώπων.

Η ΜΑΘΗΣΙΑΚΗ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ ΕΝΙΣΧΥΘΗΚΕ ΚΑΘΩΣ ΟΙ ΜΑΘΗΤΕΣ:

- ✓ Δόθηκαν ευκαιρίες για μάθηση (ουσιαστική και όχι μηχανική) σε όλους τους μαθητές.
- ✓ Αναπτύσσοντας την οπτική και κριτική σκέψη παρατηρούσαν και εξηγούσαν τις σχέσεις μεταξύ των μερών των σχημάτων χωρίς να διστάζουν να εκφραστούν, μέσα σε ένα κλίμα αποδοχής και αλληλοβοήθειας.
- ✓ Αποδεσμεύτηκαν από αντιλήψεις με τις οποίες η μάθηση εμφανίζεται σαν διαδικασία απομνημόνευσης.
- ✓ Αμβλύνθηκαν οι αντιρρήσεις που συνήθως προβάλουν για τη χρησιμότητα των μαθηματικών.
- ✓ Προσέγγισαν τον εκπαιδευτικό ως συνεργάτη-συνερευνητή, καθώς δεν ένιωσαν παθητικοί δέκτες της «σοφίας» του.

ΟΙ ΚΑΛΕΣ ΠΡΑΚΤΙΚΕΣ ΠΟΥ ΥΙΟΘΕΤΗΘΗΚΑΝ:

- ✓ Ενσωματώθηκαν κατάλληλα τα ΨΜ & Ε στο πρόγραμμα σπουδών (Κυνηγός και λοιποί, 2008, The Education Alliance. 2006).
- ✓ Σχεδιάστηκε μια περισσότερο μαθητοκεντρική ενεργητική, βιωματική και αυθεντική διδασκαλία (Zemelman S., Daniels H., Hyde A., 2005).
- ✓ Οι δραστηριότητες πραγματοποιήθηκαν σε πλαίσιο ομαδοσυνεργατικό, στο οποίο (και κατά την διάρκεια των μικροπειραμάτων) κυριαρχούσε η ανταλλαγή και η διαπραγμάτευση ιδεών.
- ✓ Ενσωματώθηκε μια ιστορική αναδρομή για την σταθερά του Αρχιμήδη ή αλλιώς το π .

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Με τις νέες τεχνολογίες,

A. Ο εκπαιδευτικός, παρεμβαίνοντας στον αναλυτικό πρόγραμμα σπουδών του σχολείου, είναι δυνατό να βρει διέξοδο από
   - την υπαλληλοποίηση και την παθητικοποίηση που βιώνει μέσα στο παραδοσιακό εκπαιδευτικό πλαίσιο,
   - την παρεμπόδιση των δημιουργικών του δυνάμεων, εξαιτίας της υπερίσχυσης των κλειστών και αναπαραγωγικών προγραμμάτων, τα οποία οδηγούν στην αλλοτρίωση και στην πιθανή έλλειψη ικανοποίησης από την εργασία τους.

B. Η περιστασιακή χρήση ιστορικού και βιογραφικού υλικού κατά την διάρκεια της διδασκαλίας, την κάνει πιο ενδιαφέρουσα και με περισσότερη σημασία.

C. Με τον δασκαλοκεντρικό τρόπο μάθησης στην τάξη κάποιοι μαθητές κερδίζουν και κάποιοι χάνουν. Στο μαθητοκεντρικό και μέσα σε ένα φιλικό και συνάμα συνεργατικό κλίμα που δημιουργείται, όλοι τηρουμένων των αναλογιών, μπορούν να βγουν νικητές στον αγώνα της μάθησης.

ΑΝΑΦΟΡΕΣ

- Αρώνη Παρασκευή. Η ιστορία του π . Πανεπιστήμιο Κύπρου, Τμήμα Μαθηματικών και Στατιστικής, Τμήμα Επιστημών Αγωγής. Φεβρουάριος 2008, Διπλωματική Εργασία.
- Μπιζμπιάνος Μιλτιάδης. Διδακτική Αξιοποίηση της Ιστορίας των Μαθηματικών. Η περίπτωση της Γεωμετρίας». Πανεπιστήμιο Κύπρου, Τμήμα Μαθηματικών και Στατιστικής, Τμήμα Επιστημών Αγωγής. Αθήνα 2011, Διπλωματική Εργασία.
- Σακελλαρίου Μαρία. Στρατηγικές Συνεργατικής Μάθησης ως ένα εργαλείο που επωφελείται της διαφορετικότητας. Πανεπιστήμιο Ιωαννίνων, Ανοικτά Ακαδημαικά Μαθήματα. (Διαθέσιμο από ecourse.uoi.gr/mod/resource/view.php?id=41288)
- Ταρνανίδης Ιωάννης. Μαθηματικά και Νέες Τεχνολογίες. Η εισαγωγή των Τ.Π.Ε. (Τεχνολογίες Πληροφορικής κα Επικοινωνίας) στη διδασκαλία των Μαθηματικών. Πανεπιστήμιο Μακεδονίας, Τμήμα Εφαρμοσμένης Πληροφορικής, Πρόγραμμα Μεταπτυχιακών Σπουδών «Εφαρμοσμένη Πληροφορική». Κοζάνη 4/3/2014, Διπλωματική Εργασία.
- Ενίσχυση σύγχρονων εκπαιδευτικών στόχων. Πανεπιστήμιο Αιγαίου, Σχολή Ανθρωπιστικών Επιστημών. Κεφ. 4. (Διαθέσιμο από http://www.rhodes.aegean.gr/ptde/mps/documents/2009-10/Rodos.pdf)
- Σχολικά βιβλία :
  - Σ. Ανδρεαδάκης – Β. Κατσαργύρης- Σ. Παρασταυρίδης- Γ. Πολύζος- Α. Σβερκός . Άλγεβρα Β΄ Λυκείου. Αθήνα, ΟΕΔΒ (2003)
  - Η. Αργυρόπουλος-Π. Βλάμος – Γ. Κατσούλης – Σ. Μαρκάτης – Π. Σιδέρης . Ευκλείδεια Γεωμετρία Α΄και Β΄ Ενιαίου Λυκείου. Αθήνα , ΟΕΔΒ (2015)
- Fasanelli, F. et al.,200. 'The political context', in J. Fauvel and van Maanen (eds), History in Mathematics Education. The ICMI Study, Dordrecth: Kluwer Academic Publishers, pp 1-38.
- Jahnke, H. N. et al, 2000. 'The use of original sources in the mathematics classroom', in J. Fauvel and van Maanen (eds), History in Mathematics Education. The ICMI Study, Dordrecth: Kluwer Academic Publishers, pp 291-328.
- www.geogebra.org